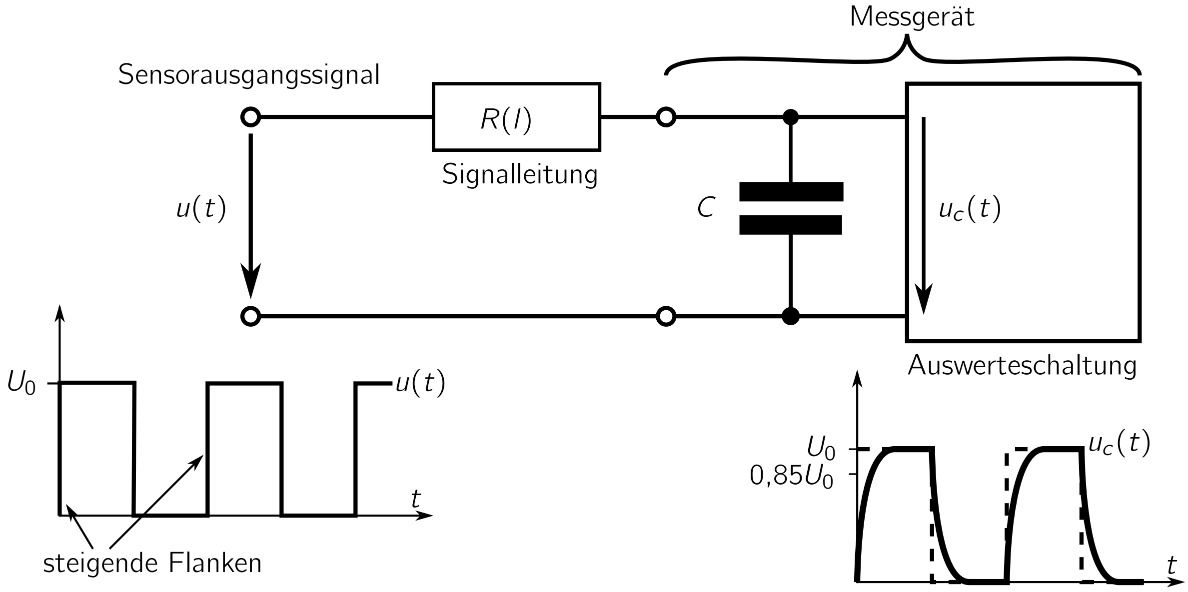
Musterlösung



Ein Sensor verwendet zur Datenübertragung ein pulsweitenmoduliertes Rechtecksignal. Dieses soll gemäß der Skizze über eine Signalleitung an ein Messgerät übertragen werden. Aufgrund des Leitungswiderstandes und einer parasitären Kapazität C am Eingang des Messgerätes wird das am Eingang der eigentlichen Auswertung ankommende Signal $u_C(t)$ verzerrt. Damit die Auswerteschaltung im Messgerät eine steigende Flanke erkennen kann, muss die Spannung u_C nach 0,05 µs mindestens 85 % der Signalamplitude U_0 erreichen. Welche Länge l darf die Signalleitung maximal aufweisen, damit die Flanken sicher erkannt werden können?
Gegeben sind folgende Werte:

- Signalleitung: spezifischer Widerstand $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega\,\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$, Querschnitt $A = 0{,}1\,\mathrm{mm}^2$
- Parasitäre Kapazität: $C = 10\,\mathrm{nF}$

Hinweise: Betrachten Sie einen Sprung zum Zeitpunkt $t = 0$ und gehen Sie davon aus, dass die Spannung $u_C(t < 0) = 0$ und der parasitäre Kondensator zum Zeitpunkt $t = 0$ vollständig entladen ist. Der Eingangswiderstand der Auswerteschaltung ist als unendlich hoch anzunehmen. Vernachlässigen Sie bei der Berechnung der Leitungslänge den Widerstand des Rückleiters.

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die Gleichung für den zeitlichen Verlauf der Spannung am Kondensator während des Ladevorgangs in Abhängigkeit von Widerstand, Kapazität und der Amplitude der Signalspannung
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen dem Widerstand einer Leitung, spezifischem Widerstand, Leitungsquerschnitt und Leitungslänge

Lösung:

a) Lösungsansatz ①

- $u(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$
- $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

b) **Lösungsweg** ①

$u(t = 0{,}05\,\mu s) = 0.85 \cdot U_0 = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$

$\Leftrightarrow \ln(0,15) = -\frac{t}{R \cdot C}$

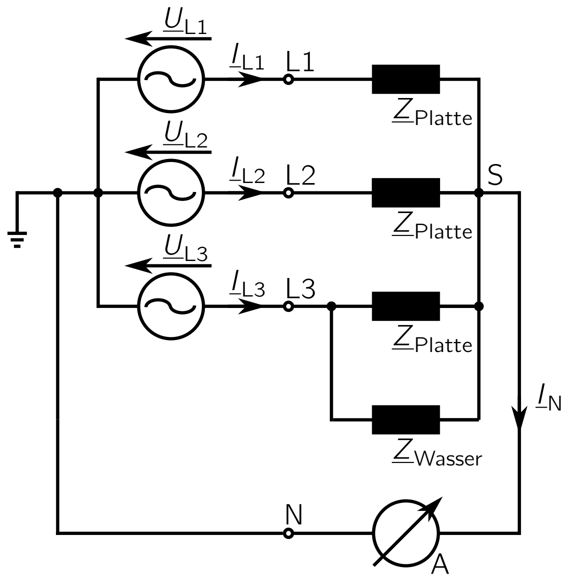
$\Leftrightarrow R_{max} = -\frac{t}{C \cdot \ln(0{,}15)}$

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$\Leftrightarrow l_{max} = \frac{R_{max} \cdot A}{\rho} = -\frac{A \cdot t}{\rho \cdot C \cdot \ln(0{,}15)} = -\frac{0{,}1\,\mathrm{mm}^2 \cdot 0{,}05\,\mu s}{1{,}75 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega\,\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot 10\,\mathrm{nF} \cdot \ln(0{,}15)}$

c) **Ergebnis** ①

$l_{max} = 15{,}06\,\mathrm{m}$



Ihre Oma Erna meldet sich bei Ihnen, weil sie ein Problem mit ihrem dreiphasig angeschlossenen Küchenherd hat. Sie weiß, dass Sie Ingenieurswissenschaften studieren und hofft sehr, dass Sie ihr bei dem Problem behilflich sein können.

Nach kurzer Fehlersuche stellen Sie fest, dass in eine der drei Herdplatten, die jeweils eine Impedanz von $\underline{Z}_{Platte} = 50\,\Omega \cdot e^{j\cdot 2°}$ besitzen, Wasser gelaufen ist. Sie messen einen Strom zwischen Sternpunkt S und dem Neutralleiter N von $\underline{I}_N = 11{,}5\,\text{A} \cdot e^{j\cdot 120°}$.

In der Betriebsanleitung des Herds finden Sie den in der Abbildung gezeigten Schaltplan und Sie ergänzen die zusätzliche Impedanz des Wasserfilms. Der Herd ist an den in Küchen üblichen Drehstromanschluss mit folgenden Kennwerten angeschlossen:

- $\underline{U}_{L1} = 230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot 0°}$, $\underline{U}_{L2} = 230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot(-120°)}$, $\underline{U}_{L3} = 230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot 120°}$.

Wie groß ist die Impedanz des Wasserfilms $\underline{Z}_{Wasser}$?

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die Knotengleichung im Sternpunkt S
- Die Formel für das Zusammenfassen der beiden parallelgeschalteten Impedanzen $\underline{Z}_{Platte}$ und $\underline{Z}_{Wasser}$ im Strang L3

Lösung:

a) Lösungsansatz ①

- $\underline{I}_N = \underline{I}_{L1} + \underline{I}_{L2} + \underline{I}_{L3}$
- $\underline{Z}_{L3} = \frac{\underline{Z}_{Platte} \cdot \underline{Z}_{Wasser}}{\underline{Z}_{Platte} + \underline{Z}_{Wasser}}$

b) Lösungsweg ①

$$\underline{I}_{L3} = \underline{I}_N - \underline{I}_{L1} - \underline{I}_{L2} = \underline{I}_N - \frac{\underline{U}_{L1}}{\underline{Z}_{Platte}} - \frac{\underline{U}_{L2}}{\underline{Z}_{Platte}} = 11{,}5\,\text{A} \cdot e^{j\cdot 120°} - \frac{230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot 0°}}{50\,\Omega \cdot e^{j\cdot 2°}} - \frac{230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot(-120°)}}{50\,\Omega \cdot e^{j\cdot 2°}}$$

$$= 11{,}5\,\text{A} \cdot e^{j\cdot 120°} - 4{,}6\,\text{A} \cdot e^{j\cdot(-2°)} - 4{,}6\,\text{A} \cdot e^{j\cdot(-122°)} = 16{,}1\,\text{A} \cdot e^{j\cdot(-119{,}43°)}$$

$$\underline{Z}_{L3} = \frac{\underline{U}_{L3}}{\underline{I}_{L3}} = \frac{230\,\text{V} \cdot e^{j\cdot 120°}}{16{,}1\,\text{A} \cdot e^{j\cdot 119{,}43°}} = 14{,}29\,\Omega \cdot e^{j\cdot 0{,}57°}$$

$$\underline{Z}_{Wasser} = \frac{\underline{Z}_{Platte} \cdot \underline{Z}_{L3}}{\underline{Z}_{Platte} - \underline{Z}_{L3}} = \frac{50\,\Omega \cdot e^{j\cdot 2°} \cdot 14{,}29\,\Omega \cdot e^{j\cdot 0{,}57°}}{50\,\Omega \cdot e^{j\cdot 2°} - 14{,}29\,\Omega \cdot e^{j\cdot 0{,}57°}}$$

c) Ergebnis ①

$\underline{Z}_{Wasser} = 20\,\Omega$

Aufgabe 3 (***) 3 Punkte

Klaus ist bekennender Hobbybastler und hat auf dem Dachstuhl einen $2p = 4$-poligen Asynchronmotor gefunden. Aus dem unvollständigen Datenblatt konnte Klaus die in der Tabelle gegebenen Daten für den Bemessungspunkt gewinnen. Damit Klaus den Motor in seinem nächsten Hobbyprojekt einsetzen kann, benötigt er noch die Bemessungsdrehzahl des Antriebs.

Verhältnis $\frac{M_\mathrm{N}}{M_\mathrm{kipp}}$	0,5
Kippschlupf $s_\mathrm{kipp,N}$	0,05
Bemessungsstatorfrequenz $f_\mathrm{1,N}$	50 Hz

Bestimmen Sie die Bemessungsdrehzahl n_N des Antriebs.

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die Kloss'sche Formel
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Synchrondrehzahl, Polpaarzahl und Statorfrequenz
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Schlupf, mechanischer Drehzahl und Synchrondrehzahl

Lösung:

a) **Lösungsansatz** 1

- $\frac{M}{M_{kipp}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s}}$
- $n_1 = \frac{f_1}{p}$
- $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$

b) **Lösungsweg** 1

in Kloss'sche Formel einsetzen und auf pq-Form bringen:

$s^2 - 4s \cdot s_{kipp} + s_{kipp}^2 = 0$

$s_{1,2} = 2s_{kipp} \pm \sqrt{4s_{kipp}^2 - s_{kipp}^2}$

Bemessungsschlupf muss kleiner als Kippschlupf sein, deswegen:

$s_N = 2s_{kipp} - \sqrt{3}s_{kipp} = 0{,}0134$

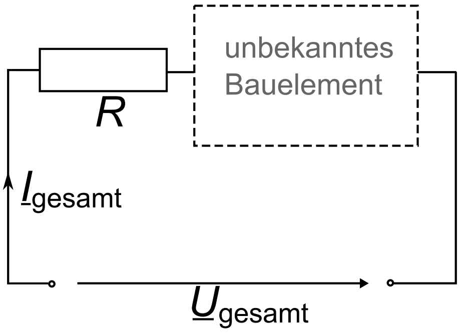
Synchrondrehzahl ist: $n_1 = \frac{50\,\mathrm{Hz}}{2} = 1500\,\mathrm{min}^{-1}$

und mit Schlupf folgt damit:

$n_N = (1 - s_N)n_1 = 1479{,}90\,\mathrm{min}^{-1}$

c) **Ergebnis** 1 $n_N = (1 - s_N)n_1 = 1479{,}90\,\mathrm{min}^{-1} (= 24{,}665\,\mathrm{Hz})$

Aufgabe 4 (***) 3 Punkte



Gegeben ist die folgende Schaltung, die von einer Wechselspannung $\underline{U}_{\text{gesamt}}$ mit einer Frequenz $f = 50\,\text{Hz}$ versorgt wird. Ein ohmscher Widerstand und ein unbekanntes passives, ideales Bauelement sind in Reihe geschaltet. Gehen Sie für die Berechnung von den folgenden Messdaten aus:

- $R = 4\,\Omega$
- $\underline{U}_{\text{gesamt}} = 20\,\text{V} \cdot e^{j90°}$
- die gesamte Scheinleistung $\underline{S}_{\text{gesamt}} = 70{,}71\,\text{VA} \cdot e^{j45°}$

Bestimmen Sie den Zahlenwert und die Einheit der Größe, die das unbekannte Bauelement charakterisiert.

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Spannung $\underline{U}_L$, Frequenz ω und dem Strom $\underline{I}$ an einer Induktivität L
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Spannung $\underline{U}_C$, Frequenz ω und dem Strom $\underline{I}$ an einer Kapazität C
- Die allgemeine Gleichung für die Scheinleistung $\underline{S}$ in Abhängigkeit vom gemessenen Strom $\underline{I}_{mess}$ und der gemessenen Spannung $\underline{U}_{mess}$ in einem Netzwerk

Lösung:

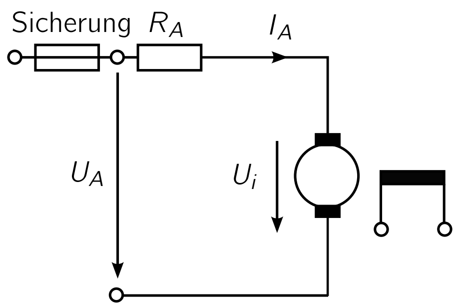
a) **Lösungsansatz** ①

- $\underline{U}_L = j\omega L \cdot \underline{I}$
- $\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I} = -j\frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I}$
- $\underline{S} = \underline{I}^*_{mess} \cdot \underline{U}_{mess}$

b) **Lösungsweg** ①

$$\underline{I}^*_{gesamt} = \frac{\underline{S}_{gesamt}}{\underline{U}_{gesamt}} = \frac{70{,}71\,\text{V A} \cdot e^{j45°}}{20\,\text{V} \cdot e^{j90°}} = 3{,}535\,\text{A} \cdot e^{-j45°}$$
$$\Rightarrow \underline{I}_{gesamt} = 3{,}535\,\text{A} \cdot e^{j45°}$$
$$\underline{U}_{unbekannt} = \underline{U}_{gesamt} - \underbrace{\underline{U}_R}_{\underline{I}_{gesamt} \cdot R} = 20\,\text{V} \cdot e^{j90°} - 3{,}535\,\text{A} \cdot e^{j45°} \cdot 4\Omega = 14{,}14\,\text{V} \cdot e^{j135°}$$
$$\underline{Z}_{unbekannt} = \frac{\underline{U}_{unbekannt}}{\underline{I}_{gesamt}} = \frac{14{,}14\,\text{V} \cdot e^{j135°}}{3{,}535\,\text{A} \cdot e^{j45°}} = 4\,\Omega \cdot j = 4\,\Omega \cdot e^{j90°} \Rightarrow \text{Induktivität}$$
$$L = \frac{4\,\Omega \cdot e^{j90°}}{j \cdot \underbrace{\omega}_{2 \cdot \pi \cdot 50Hz}} = 12{,}7\,\text{mH}$$

c) **Ergebnis** ① $L = 12{,}7\,\text{mH}$



Ein Skilift wird mit einer fremderregten Gleichstrommaschine betrieben, deren Anker an einen Gleichstromzwischenkreis angeschlossen ist. Eine Sicherung mit einem maximal zulässigen Strom von $I_{max} = 250\,\mathrm{A}$ soll die Maschine und den Zwischenkreis schützen. Der Wicklungswiderstand bei $\vartheta = 20\,°\mathrm{C}$ ist bekannt. Berechnen Sie die minimale Betriebstemperatur ϑ des Motors, bei der die Sicherung nicht durchbrennt.

Gegeben ist das Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine mit folgenden Parametern:

- Ankerspannung: $U_A = 210\,\mathrm{V}$
- Wicklungswiderstand bei $\vartheta = 20\,°\mathrm{C}$: $R_A(\vartheta = 20\,°\mathrm{C}) = 1\,\Omega$
- Maximal zulässiger Strom der Sicherung: $I_{max} = 250\,\mathrm{A}$

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die Formel für den Widerstand R_A in Abhängigkeit von der Temperatur ϑ

(Hinweis: Der maximale Strom der Gleichstrommaschine tritt beim Anlauf $n = 0$ auf. Der Temperaturkoeffizient α des Widerstandes betrage $\alpha = \frac{4\cdot 10^{-3}}{°\mathrm{C}}$)

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

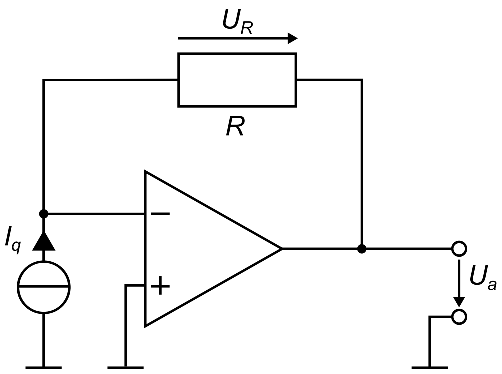
- $R_A(\vartheta) = R_A(\vartheta = 20°\mathrm{C})(1 + \alpha(\vartheta - 20°\mathrm{C}))$

b) **Lösungsweg** ①

- $n = 0$ führt zu $U_i = 0$
- minimaler erlaubte Widerstand $R_{A,min} = \frac{U_A}{I_{max}} = \frac{210\mathrm{V}}{250\mathrm{A}} = 0{,}84\Omega$
- $\vartheta = \frac{\frac{R_{A,min}}{R_A(\vartheta=20°\mathrm{C})} - 1}{\alpha} + 20°\mathrm{C} = \frac{\frac{0{,}84\Omega}{1\Omega} - 1}{4\cdot 10^{-3}/°\mathrm{C}} + 20°\mathrm{C} = -20°\mathrm{C}$

c) **Ergebnis** ① $\vartheta = -20°\mathrm{C}$

Aufgabe 6 (*) 3 Punkte



Für die Messung kleiner Ströme wird die links abgebildete Operationsverstärkerschaltung verwendet. Zur Verifikation der Schaltung wird der am Ausgang erwartete Spannungswert vor den Messungen analytisch bestimmt. Berechnen Sie die Ausgangspannung U_a. Gehen Sie für die Berechnungen von den folgenden Annahmen aus:

- $R = 250\,\mathrm{k\Omega}$
- $I_q = 5\,\mathrm{\mu A}$
- Der Operationsverstärker ist ideal
- Die Stromquelle ist ideal

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Eine Masche über die Stromquelle, den Widerstand und die Ausgangsspannung

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

- $M : U_{I_q} + U_R + U_a = 0$

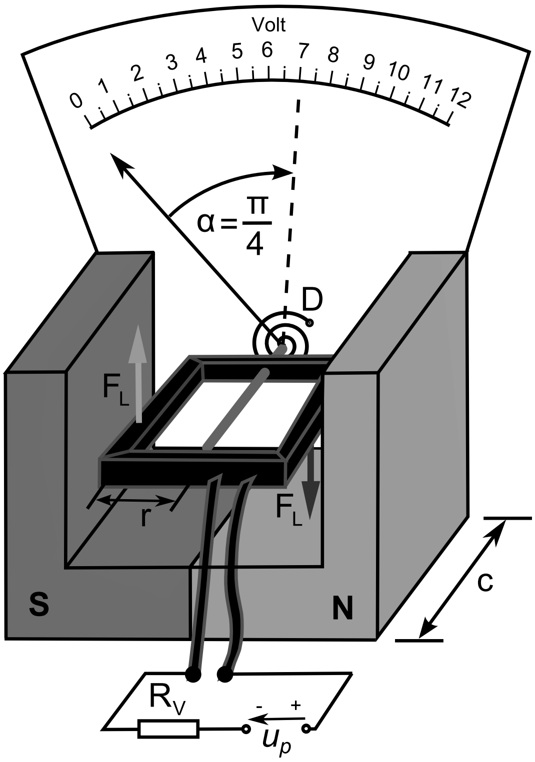
b) **Lösungsweg** ①

Ideale Stromquelle: $U_{I_q} = 0$

$U_R = R \cdot I_q$

$U_{I_q} + U_R + U_a = 0 \Leftrightarrow R \cdot I_q + U_a = 0 \Leftrightarrow U_a = -R \cdot I_q$

c) **Ergebnis** ① $U_a = -R \cdot I_q = -250\,\mathrm{k\Omega} \cdot 5\,\mathrm{\mu A} = -1{,}25\,\mathrm{V}$



Ein Drehspulmesswerk wird zur Messung einer Gleichspannung verwendet. In der nebenstehenden Abbildung ist das Drehspulmesswerk schematisch dargestellt, welches neu ausgelegt werden soll. Dazu muss die Federsteifigkeit D der Drehfeder neu bestimmt werden. Bei Anlegen der Prüfspannung von $u_p = 7\,\mathrm{V}$ dreht sich die Spule (schwarz dargestellt) um den Winkel von $\frac{\pi}{4}$. An der Spule ist ein Zeiger befestigt, welcher die Verdrehung der Spule auf einer Skala anzeigt. Vernachlässigen Sie mechanische Verluste sowie den Widerstand der Spule. Der Strom wird über den Vorwiderstand R_V eingestellt, welcher permanent in der Schaltung verbleibt. Die folgenden Daten zu dem Drehspulmesswerk sind bekannt:

- $B_{Magnet} = 1{,}5\,\mathrm{T}$
- $R_V = 14\,\Omega$
- $c = 0{,}02\,\mathrm{m}$
- $r = 0{,}01\,\mathrm{m}$
- Windungszahl der Spule: $n_{Spule} = 1$

Bestimmen Sie die Federkonstante D. Hinweis: Nutzen Sie den Zusammenhang $D = \frac{M}{\alpha}$ [Nm].

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Prüfspannung u_p, Vorwiderstand R_V und Strom im Leiter I_{Leiter}
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Lorentzkraft F_L, Strom im Leiter I_{Leiter}, Leiterlänge c und magnetischer Flussdichte B_{Magnet}
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Drehmoment M, Hebelarm r, Lorentzkraft F_L und Winkel α

Lösung:

a) Lösungsansatz ①

- $u_p = R_V \cdot I_{Leiter}$
- $F_L = I_{Leiter} \cdot c \cdot B_{Magnet}$
- $M = 2 \cdot r \cdot F_L \cdot cos(\alpha)$

b) Lösungsweg ①

- $I_{Leiter} = \frac{u_p}{R_V} = \frac{7\,\mathrm{V}}{14\,\Omega} = 0{,}5\,\mathrm{A}$
- $F_L = I_{Leiter} \cdot c \cdot B_{Magnet} = 0{,}5\,\mathrm{A} \cdot 0{,}02\,\mathrm{m} \cdot 1{,}5\,\mathrm{T} = 0{,}015\,\mathrm{N}$
- $M = 2 \cdot r \cdot F_L \cdot cos(\alpha) = 2 \cdot 0{,}01\,\mathrm{m} \cdot 0{,}015\,\mathrm{N} \cdot cos(\frac{\pi}{4}) = 0,212$ mNm

$\Rightarrow D = \frac{M}{\alpha} = \frac{0{,}33\mathrm{mNm}}{\frac{\pi}{4}} = 0,27$ mNm

c) **Ergebnis** ① $D = 0,27$ mNm

Für einen Küchenmixer wird eine Gleichstrommaschine im Reihenschluss verschaltet und als Universalmotor betrieben. In diesem Betrieb wird sie direkt vom sinusförmigen Wechselstromnetz mit 230 V und 50 Hz versorgt. Der magnetische Fluss φ und der Ankerstrom i sind somit zeitabhängige Größen und werden nach folgenden Gleichungen beschrieben:

- $\varphi(\mathrm{t}) = \hat{\phi} \cdot \sin(\omega \mathrm{t})$,
- $i(\mathrm{t}) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \mathrm{t} - \beta)$.

Für die Berechnung des Drehmomentes wird analog zur gewöhnlichen Reihenschlussmaschine vorgegangen, jedoch unter Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit von magnetischem Fluss und Ankerstrom. Um ein großes mittleres Moment M_{mittel} zu erreichen wird $\beta = 0$ gesetzt, damit magnetischer Fluss und Ankerstrom in Phase sind. Die Maschinenkonstante beträgt $\frac{k_1}{2\pi} = k_2 = 2$, der Scheitelwert des magnetischen Flusses ist $\hat{\phi} = 20\,\mathrm{Vs}$ und der Scheitelwert des Ankerstromes $\hat{I} = 1\,\mathrm{A}$.

Berechnen Sie das mittlere umgesetzte Drehmoment M_{mittel} nach folgender Annahme:

- $M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} M(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$.

(Hinweis: $\sin^2(x) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2x))$)

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die Gleichung für das Drehmoment einer Reihenschlussmaschine im Betrieb als Universalmotor (Zeitabhängigkeit von magnetischem Fluss und Ankerstrom beachten!)

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

- $M(t) = \frac{k_1}{2\pi} \cdot \varphi(\mathrm{t}) \cdot i(\mathrm{t})$

b) **Lösungsweg** ①

$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T M(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_1}{2\pi} \cdot \varphi(\mathrm{t}) \cdot i(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_1}{2\pi} \cdot \hat{\phi} \cdot \hat{I} \cdot \sin^2(\omega \mathrm{t})\,\mathrm{dt}$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_1}{2\pi} \cdot \hat{\phi} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega \mathrm{t}))\,\mathrm{dt}$
$M_{\mathrm{mittel}} = [\frac{1}{T} \frac{k_1}{2\pi} \cdot \frac{\hat{\phi} \cdot \hat{I}}{2} (\mathrm{t} - \sin(2\omega \mathrm{t}) \cdot \frac{1}{2\omega})]_0^T$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{k_1}{2\pi} \cdot \frac{\hat{\phi} \cdot \hat{I}}{2}$
$M_{\mathrm{mittel}} = 2 \cdot \frac{20\,\mathrm{V\,s} \cdot 1\,\mathrm{A}}{2}$
Alternativ:
$M(t) = \frac{k_1}{2\pi} \cdot \varphi(t) \cdot i(t)$
$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\,\mathrm{Hz}} = 0{,}02\,\mathrm{s}$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_1}{2\pi} \cdot \varphi(\mathrm{t}) \cdot i(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$
$M_{\mathrm{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{k_1}{2\pi} \cdot \hat{\phi} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega \mathrm{t}))\,\mathrm{dt}$, $\omega = 2\pi f = 100\pi\,\mathrm{s}^{-1}$
mit partieller Integration
$M_{\mathrm{mittel}} = 1000\,\mathrm{W} \cdot 0{,}02\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{Nm}$

c) **Ergebnis** ① $M_{\mathrm{mittel}} = 20\,\mathrm{Nm}$

Die Batterie eines Smartphones soll mit Hilfe einer induktiven Ladestation aufgeladen werden. Als vereinfachte Ladestrategie wird angenommen, dass die Batterie mit konstanter Spannung von $U_{ind,eff} = 4{,}1\,\text{V}$ geladen wird.
Wird das Smartphone während des Aufladeprozesses in idealer Positionierung auf der Ladestation abgelegt, wird bei einer Frequenz von $f_{opt} = 20\,\text{kHz}$ die gewünschte Ladespannung $U_{ind,eff}$ erreicht. Eine nicht-optimale Positionierung des Smartphones während des Ladevorgangs soll durch eine primärseitige Frequenzanpassung kompensiert werden.
Im Folgenden wird angenommen, dass durch Fehlpositionierung des Smartphones eine Reduzierung des magnetischen Flusses um 30% kompensiert werden muss, also $\hat{\phi}_{neu} = \hat{\phi}_{opt} \cdot 0{,}7$.
Berechnen Sie die neu einzustellende Frequenz f_{neu} der Ladestation damit sich die benötigte sekundärseitige Spannung $U_{ind,eff}$ einstellt. Beachten Sie dabei den Zusammenhang zwischen Effektivwert und Scheitelwert.

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen der induzierten Spannung und dem magnetischen Fluss

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

- $u_i(t) = -\frac{d\varphi}{dt} \cdot n$
- (Alternativ: $u_i(t) \propto \varphi \cdot f \overset{!}{=} const.$)

b) **Lösungsweg** ①

$$u_i(t) = -\frac{d\varphi}{dt} \cdot n = -\frac{d}{dt}(\hat{\phi}_{opt} cos(\omega_{opt} t)) \cdot n = -\frac{d}{dt}(\hat{\phi}_{neu} cos(\omega_{neu} t)) \cdot n$$

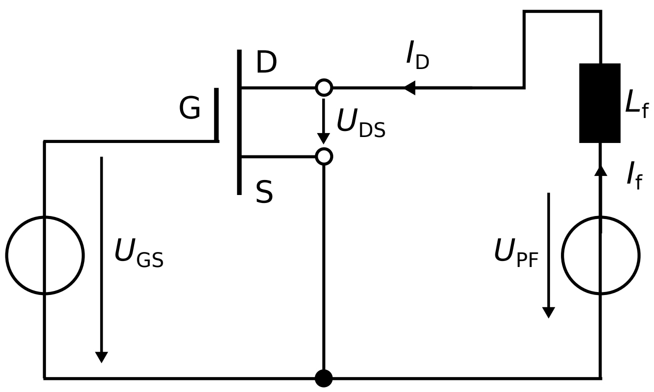
$$u_i(t) = \omega_{opt} \cdot \hat{\phi}_{opt} sin(\omega_{opt} t) \cdot n = \omega_{neu} \cdot \hat{\phi}_{neu} sin(\omega_{neu} t) \cdot n$$

$$U_{i,eff} = \omega_{opt} \cdot \frac{\hat{\phi}_{opt}}{\sqrt{2}} \cdot n = \omega_{neu} \cdot \frac{\hat{\phi}_{neu}}{\sqrt{2}} \cdot n$$

$$U_{i,eff} = 2\pi f_{opt} \cdot \frac{\hat{\phi}_{opt}}{\sqrt{2}} \cdot n = 2\pi f_{neu} \cdot \frac{\hat{\phi}_{neu}}{\sqrt{2}} \cdot n$$

$$f_{neu} = f_{opt} \frac{\hat{\phi}_{opt}}{\hat{\phi}_{neu}} = f_{opt} \frac{1}{0{,}7}$$

c) **Ergebnis** ① $f_{neu} = f_{opt} \frac{1}{0{,}7} = 20\,\text{kHz} \cdot \frac{1}{0{,}7} = 28{,}57\,\text{kHz}$



In einem Prüffeld sollen Sie eine fremderregte Gleichstrommaschine in Betrieb nehmen. Der Strom der Erregerwicklung L_f wird hardwareseitig über einen Schaltregler, der aus einer Gleichspannungsquelle U_{PF} und einem Leistungs-MOSFET aufgebaut ist, bereitgestellt. Zur Bestimmung des Betriebsverhaltens der Maschine benötigen Sie die Kenntnis über den magnetischen Fluss Φ in der Maschine, der über den Erregerstrom I_f eingestellt wird.

Bestimmen Sie den Drainstrom I_D des MOSFET für den gegebenen Betriebsspunkt.
Gehen Sie hierbei von einem idealen Bauteil aus.

Aus dem Datenblatt des MOSFET entnehmen Sie die Eigenschaften U_{th} $=-2{,}0\,\text{V}$ und K_n $=0{,}35\,\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$, sowie die unten gegebene Tabelle des elektrischen Verhaltens. Routinemäßig wird in Ihrer Firma dieser MOSFET im Arbeitspunkt U_{DS} $=10\,\text{V}$ und U_{GS} $= 15\,\text{V}$ betrieben.

	U_{GS}	U_{DS}	I_D
Sperrbetrieb	$U_{GS} < U_{th}$	egal	0
Ungesättigter Bereich	$U_{GS} >= U_{th}$	$U_{DS} < U_{GS} - U_{th}$	$K_n[(U_{GS} - U_{th})U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2}]$
Sättigung	$U_{GS} >= U_{th}$	$U_{DS} >= U_{GS} - U_{th}$	$\frac{K_n}{2}(U_{GS} - U_{th})^2$

Bestimmen Sie für den Lösungsansatz:

- Den Betriebszustand des MOSFETS im gegebenen Betriebspunkt

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

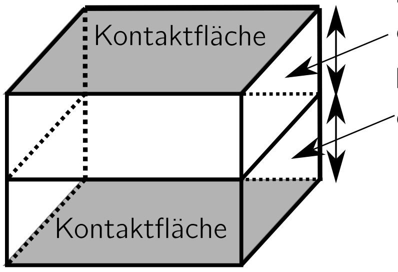
- $I_D = K_n \left[(U_{GS} - U_{th})\, U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right]$
- **oder**
- Ungesättigter Bereich

b) **Lösungsweg** ①

- $I_D = K_n \left[(U_{GS} - U_{th})\, U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right]$
- $I_D = 0{,}35\,\text{A}/\text{V}^2 \cdot \left[(15\,\text{V} - (-2\,\text{V})) \cdot 10\,\text{V} - \frac{(10\,\text{V})^2}{2} \right]$

c) **Ergebnis** ① $I_D = 42\,\text{A}$

Aufgabe 11 (**) 3 Punkte



Ein Hersteller von Plattenkondensatoren vertreibt jedes seiner Produkte im gleichen Gehäuse. Der prinzipielle Aufbau eines zweischichtigen Plattenkondensators ist in der Abbildung dargestellt. Die Kapazität wird über die Dicke zweier Schichten mit verschiedenen Dielektrika zwischen den Kondensatorplatten eingestellt. Die Kontaktfläche A der Materialien beträgt hierbei $100\,\text{mm}^2$. Die weiteren Daten sind:

- Dielektrische Leitfähigkeit:
  Material 1: $\epsilon_{r,1} = 10$, Material 2: $\epsilon_{r,2} = 20$
- Schichtdicke:
  Material 1: $d_1 = 1\,\text{mm}$, Material 2: $d_2 = 2\,\text{mm}$

Wie groß ist die Kapazität eines solchen Plattenkondensators?
Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Kapazität, dielektrischer Leitfähigkeit und den Abmessungen eines Plattenkondensators
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen der Gesamtkapazität zweier in Reihe geschalteten Kondensatoren und deren Kapazitäten

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

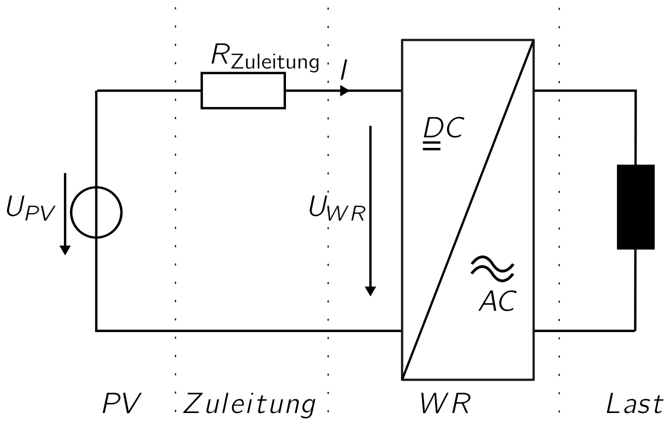
- $C = \varepsilon \frac{A}{d}$
- $C_{1+2} = \frac{C_1 C_2}{C1+C2}$

b) **Lösungsweg** ①

- $\varepsilon_1 = \varepsilon_{r,1}\varepsilon_0$
- $\varepsilon_2 = \varepsilon_{r,2}\varepsilon_0$
- $C_{1+2} = \frac{C_1 C_2}{C1+C2} = \frac{\varepsilon_1 \frac{A}{d_1} \varepsilon_2 \frac{A}{d_2}}{\varepsilon_1 \frac{A}{d_1} + \varepsilon_2 \frac{A}{d_2}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 A}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$

c) **Ergebnis** ① $C_{1+2} = 4{,}43\,\text{pF}$

Aufgabe 12 (**) 3 Punkte



Eine Photovoltaikanlage (PV) ist auf dem Dach eines Familienhauses zur Reduktion der Stromkosten installiert. Die maximale Leistungsaufnahme beträgt 5 kW bei einer Eingangsspannung am Wechselrichter (WR) von $U_{WR} = 290\,\text{V}$. Für die Verbindung der Photovoltaikanlage mit dem Wechselrichter wird eine 40 m lange Leitung (enthält Hin- und Rückleiter) benötigt. Berechnen Sie den Querschnitt der Leitung, wenn der maximale Spannungsabfall $\Delta U = 2\,\text{V}$ betragen soll. Der spezifische Widerstand für Kupfer beträgt $1{,}75 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}$. Die Berechnung erfolgt für eine Umgebungstemperatur von 20 °C.

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Leistung, Spannung und Strom
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Widerstand einer Leitung, spezifischem Widerstand, Leitungsquerschnitt und Länge

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

- $P = U \cdot I$
- $A = \frac{\rho \cdot l}{R}$

b) **Lösungsweg** ①

$I = \frac{P_{WR}}{U_{WR}}$

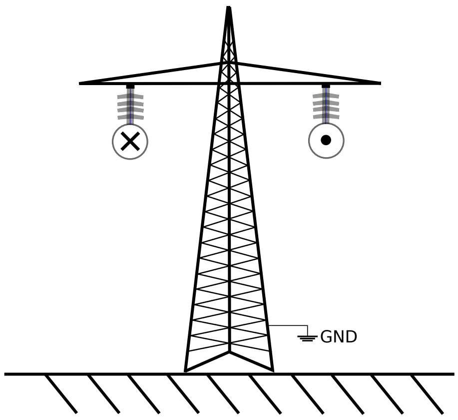
$R_{Zul} = \frac{\Delta U}{I} = \frac{\Delta U \cdot U_{WR}}{P_{WR}}$

$A = \frac{l \cdot \rho}{\Delta U \cdot U_{WR}} \cdot P_{WR}$

c) **Ergebnis** ①

$$A = \frac{l \cdot \rho}{\Delta U \cdot U_{WR}} \cdot P_{WR} = \frac{40\text{m} \cdot 1{,}75 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}}{\frac{2\text{V} \cdot 290\text{V}}{5000\text{W}}} = 6{,}0\,\text{mm}^2$$

Aufgabe 13 (***) 3 Punkte



Als Experte für elektrische Netze sollen Sie bei Ihrem Arbeitgeber AC2DC eine bestehende Freileitung auf Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung umrüsten. Dabei sind Sie angewiesen Kosten zu sparen und sollen den Mast und die Isolatoren wiederverwenden. Die Isolatoren stammen aus einem Drehstromnetz, das dreiphasige Netz hatte eine verkettete Spannung von $U_{verk} = 380\,\text{kV}$. Diese Isolatoren sollen bei gleicher maximaler Leiterspannung für die Isolation zwischen geerdetem Mast und Seil eingesetzt werden. Der Hinleiter wird auf positiver Polarität gegen Erde und der Rückleiter auf negativer Polarität gegen Erde betrieben.
Ein neues Seil hat einen längenbezogenen Widerstand von R' = 27 $\frac{\text{m}\Omega}{\text{km}}$. Für den Widerstand eines Seils gilt: $R = R' \cdot l$. Die Gleichstromtrasse führt von einem Windpark in der Nordsee bis nach Nordrhein-Westfalen (NRW). Die Leitungslänge zwischen den Stationen beträgt: $l = 500\,\text{km}$.

Am Leitungsende in NRW soll die Ausgangsspannung U_2 mindestens noch 90% der Eingangsspannung U_1 betragen. Wie hoch ist der maximal erlaubte Strom I?

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Leiterspannung und Strangspannung
- Den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Scheitelwert und Effektivwert bei sinusförmiger Spannung
- Die Maschengleichung bestehend aus Eingangspannung, Ausgangspannung, den beiden Leitungswiderständen und dem Strom I

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

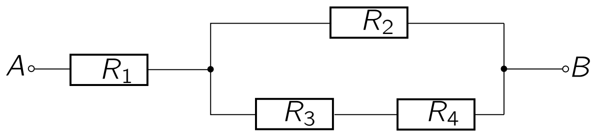
- $U_{str} = \frac{U_{verk}}{\sqrt{3}}$
- $\hat{U} = U_{eff} \cdot \sqrt{2}$
- $U_1 = I \cdot R_1 + U_2 + I \cdot R_2$

b) **Lösungsweg** ①

- $U_{DC+} = \frac{380kV}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} = 310,269kV$
- $R_{ges} = 2 \cdot R' \cdot l = 2 \cdot 27\,\frac{\text{m}\Omega}{\text{km}} \cdot 500km = 27\,\Omega$
- $I_{max} = \frac{U-0{,}9 \cdot U}{R_{ges}} = \frac{0{,}1 \cdot U}{R_{ges}} = \frac{0{,}1 \cdot 2 \cdot 310{,}269kV}{27\,\Omega} = 2298{,}289\,\text{A}$
- Alternativ: $I_{max} = \frac{U-0{,}9 \cdot U_{DC+}}{R_{ges}/2} = \frac{0{,}1 \cdot U_{DC+}}{R_{ges}/2} = \frac{0{,}1 \cdot 310{,}269kV}{13{,}5\,\Omega} = 2298{,}289\,\text{A}$
- Alternativ: $I_{max} = \frac{0{,}05 \cdot U_1}{R_{ges}/2} = 2298{,}289\,\text{A}$

Ergebnis ①

c) • $I_{max} = 2298{,}289\,\mathrm{A}$



In einem Labor wird eine alte Platine nachgebaut. Jedoch ist der Farbcode eines Widerstands auf dieser Platine nicht mehr lesbar. Um die Größe dieses Widerstands zu bestimmen, wird an den nächsten erreichbaren Lötstellen der Widerstand gemessen.

Im obigen Bild werden die betrachteten Widerstände dargestellt. Der gemessene Widerstand zwischen den Punkten A und B beträgt $R_{AB} = 123\,\Omega$. Die anderen Widerstände werden durch Ablesen der Farbcodes erkannt:

- $R_1 = 27\,\Omega$
- $R_3 = 47\,\Omega$
- $R_4 = 220\,\Omega$

Wie groß ist der Widerstand R_2?

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Den formelmäßigen Zusammenhang des Ersatzwiderstands R_{AB} und der einzelnen Widerstände

Lösung:

a) **Lösungsansatz** ①

- $R_{AB} = R_1 + R_2||(R_3 + R_4) = R_1 + \frac{R_2\cdot(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}$

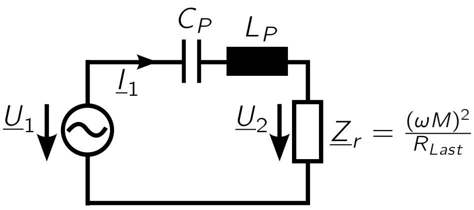
b) **Lösungsweg** ①

$R_{AB} = R_1 + \frac{R_2\cdot(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}$

$R_2 = \frac{(R_{AB}-R_1)(R_3+R_4)}{R_3+R_4-R_{AB}+R_1}$

c) **Ergebnis** ① $R_2 = \frac{(123\Omega-27\Omega)(47\Omega+220\Omega)}{47\Omega+220\Omega-123\Omega+27\Omega} = 149{,}89\ \Omega \approx 150\ \Omega$

Aufgabe 15 (**) 3 Punkte



Vereinfachtes Ersatzschaltbild für den Ladevorgang

Sie haben eine elektrische Zahnbürste als Weihnachtsgeschenk von Ihren Eltern bekommen. Die Batterie der Zahnbürste wird durch induktive Energieübertragung aufgeladen. Im linken Bild ist das vereinfachte Ersatzschaltbild des Ladevorgangs der Batterie dargestellt. Die Sekundärseite ist zu einer rein ohmschen Impedanz $\underline{Z}_r$ zusammengefasst. L_P ist die Gesamtinduktivität der Primärseite und C_P ist die vorgeschaltete Kapazität zur Kompensation der Blindleistung. Aufgrund von Fertigungsabweichungen der Kapazität C_P kann die Blindleistung nicht ideal kompensiert werden. Wie groß ist die betragsmäßige Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung $\underline{U}_1$ und Ausgangsspannung $\underline{U}_2$?

Die Kennwerte der Ersatzschaltbildkomponenten sind:

- Schaltfrequenz $f = 25\,\text{kHz}$
- Primärinduktivität $L_P = 112\,\mu\text{H}$
- Primärkapazität $C_P = 400\,\text{nF}$
- Hauptinduktivität $M = 57\,\mu\text{H}$
- Lastwiderstand $R_{Last} = 2{,}7\,\Omega$

Nutzen Sie als Lösungsansatz:

- Die gesamte Impedanz $\underline{Z}_{Gesamt}$ einer Reihenschaltung von zwei Impedanzen $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$
- Den komplexen Spannungsteiler $\underline{U}_2 = \text{f}(\underline{U}_1)$ von zwei Impedanzen $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$

Lösung:

a) **Lösungsansatz** 1

- $\underline{Z}_{Gesamt} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$
- $\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{U}_1$

b) **Lösungsweg** 1

$\underline{Z}_{Gesamt} = \underline{Z}_C + \underline{Z}_L + \underline{Z}_r = \frac{1}{j\omega C_P} + j\omega L_P + \frac{(\omega M)^2}{R_{Last}}$

$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_r}{\underline{Z}_{Gesamt}} \underline{U}_1$

$$\underline{U}_2 = \frac{\frac{(\omega M)^2}{R_{Last}}}{\frac{1}{j\omega C_P} + j\omega L_P + \frac{(\omega M)^2}{R_{Last}}} \underline{U}_1 = \frac{29{,}69\,\Omega}{(j(-15{,}916+17{,}59)+29{,}69)\Omega} \underline{U}_1 = \frac{29{,}69\,\Omega}{29{,}737\,\Omega \cdot e^{j3{,}23^\circ}} \underline{U}_1$$

$\underline{U}_2 = 0,998 e^{-j3{,}23^\circ} \underline{U}_1$

c) **Ergebnis** 1

$|\Delta\varphi| = 3{,}23^\circ$