

## 8. Übung zu Physik für molekulare Biologie WS 2016/2017, 15.12.16

Die fehlenden Teile der Aufgaben 28 und 30 werden noch einmal in diesem Übungsblatt besprochen.

### Thermodynamische Potentiale

31) Die innere Energie eines Systems sei vollständig mit den Variablen  $S$ ,  $V$  und  $N$  beschrieben.

- Welche Variablen verwendet man, wenn man mit der freien Enthalpie  $G$  arbeitet?
- Wie bestimmt man durch Legendre Transformation die freie Enthalpie aus der inneren Energie  $U$ , der freien Energie  $F$  bzw. der Enthalpie  $H$ ?
- Zeigen Sie mit der freien Energie  $F(T, V, N) = U(T, V, N) - TS(T, V, N)$  folgende Beziehungen:  
$$c_V = \frac{\partial U}{\partial T} = T \frac{\partial S}{\partial T} \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial T} = -S(T, V, N)$$
- Stellt die Funktion  $U(T, V, N)$  ein thermodynamisches Potential dar? Begründen Sie Ihre Antwort in dem Sie als Beispiel die innere Energie des idealen Gases als Funktion von  $T$ ,  $V$ , und  $N$  betrachten.
- Geben Sie an in welcher Weise die ersten Ableitungen der freien Enthalpie nach ihren Variablen mit den zu diesen zugehörigen energiekonjugierten Größen zusammenhängen.

### Innere Energie und freie Energie des Photonengases, Legendre-Transformation

32) Im Inneren eines Hohlraumes befindet sich Licht, dieses wird Photonengas genannt. Die innere Energie des Photonengases als Funktion des Volumens  $V$  des Hohlraumes und der Entropie  $S$  des Photonengases  $U(S, V)$  lautet (dabei ist  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann Konstante):

$$U(S, V) = \frac{3}{4} \left( \frac{3}{4\sigma} \right)^{\frac{1}{3}} V^{-\frac{1}{3}} S^{\frac{4}{3}}$$

- Berechnen Sie die Temperatur  $T$  des Photonengases als Funktion von  $S$  und  $V$ .
- Bestimmen Sie aus der Funktion  $T(S, V)$  die Funktion  $S(T, V)$ .
- Berechnen Sie nun die freie Energie  $F(T, V) = U(T, V) - TS(T, V)$  des Photonengases.
- Berechnen Sie nun den Druck  $p(T, V)$  des Photonengases aus der freien Energie  $F(T, V)$ .

### Druck-Volumenkurve für einen Luftballon

33) Die Druckdifferenz zwischen Innen- ( $p_i$ ) und Außendruck  $p_a$  eines Luftballons wird im einfachsten Modell durch

$$p_i - p_a = \frac{\alpha}{r} \left\{ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right\}$$

beschrieben, dabei beschreibt die Konstante  $\alpha$  die Elastizität des Ballons, während  $r_0$  der Radius des nicht aufgeblasenen Luftballons ist und  $r$  der Ballonradius im aufgeblasenen Zustand.

- Welche Einheit hat die Konstante  $\alpha$ ?
- Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion.
- Diskutieren Sie das asymptotische Verhalten für  $r \rightarrow \infty$ .  
Skizzieren Sie den Verlauf der Druckdifferenz  $p_i - p_a$  als Funktion des Radius  $r$  des Ballons.